Pismeni dio ispita iz Matematike II (MF), 17.02.2012.

GRUPA A

1. Izračunati zapreminu tijela koje nastaje rotacijom oko x – ose figure određene parabolom $2y^2 = ax (a > 0)$ i pravama $y = 0,\ x + y = a.$
2. Izračunati dvostruki integral $I = \iint\limits_D \frac{xy\sqrt{1-x^2-y^2}}{2x^2+y^2}dx,$ ako je D dio kruga $x^2+y^2 \le 1$ u prvom kvadrantu.
3. Izračunati pomoću krivolinijskog integrala površinu figure omeđene krivom $x = \frac{5at^2}{1+t^5},\ y = \frac{5at^3}{1+t^5},\ 0 \le t \le 1.$
4. Izračunati integral $I(\alpha) = \int_0^1 \frac{\ln(1-\alpha^2x^2)}{x^2\sqrt{1-x^2}}dx\ \left(\alpha^2 < 1\right)$ pomoću diferenciranja po parametru $\alpha.$

GRUPA B

1. Izračunati zapreminu tijela koje nastaje rotacijom oko x – ose figure u drugom kvadrantu određene parabolom $y^2 = -\frac{ax}{2} (a > 0)$ i pravama $y = 0,\ y - x = a.$
2. Izračunati dvostruki integral $I = \iint\limits_D \frac{1}{\left(x^2+y^2\right)\left(\sqrt[3]{x^2+y^2}+1\right)}dx,$ ako je oblast D određena nejednačinama $x^2 - y^2 \le 0,\ 1 \le x^2 + y^2 \le 4.$
3. Izračunati pomoću krivolinijskog integrala površinu figure omeđene krivom $x = \frac{at}{(1+t)^4},\ y = \frac{at^2}{(1+t)^4}, 0 \le t \le 1.$
4. Izračunati integral $I(\alpha) = \int_0^1 \frac{\operatorname{arctg}(\alpha x)}{x\sqrt{1-x^2}}dx(\alpha > 0)$ pomoću diferenciranja po parametru $\alpha.$

Stari program:

1. Naći oblast konvergencije reda: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2(x+1)^n}{(3n+1)^3 \cdot 4^{2n-2}}.$
2. Riješiti diferencijalnu jednačinu $y' - \frac{xy}{2\left(x^2-1\right)} - \frac{x}{2y} = 0.$
3. Izračunati pomoću krivolinijskog integrala površinu figure omeđene krivom $x = \frac{at}{(1+t)^4},\ y = \frac{at^2}{(1+t)^4}, 0 \le t \le 1.$
4. Izračunati integral $I(\alpha) = \int_0^1 \frac{\operatorname{arctg}(\alpha x)}{x\sqrt{1-x^2}}dx(\alpha > 0).$ pomoću diferenciranja po parametru $\alpha.$